

## Matematikatanár

1. Az 1. melléklet 2. pontjában foglaltakra tekintettel az oklevélben szereplő tanári szakképzettség:

- magyar nyelvű megjelölése: okleveles matematikatanár
- angol nyelvű megjelölése: Teacher of Mathematics

2. A képzési idő: 10 félév

3. A képzés célja az alapfokú nevelés-oktatás ötödik évfolyamon kezdődő és a nyolcadik évfolyam végéig tartó felső tagozatán, a középfokú nevelés-oktatás szakaszában, az iskolai nevelés-oktatás szakképesítés megszerzésére felkészítő szakaszában szakgimnáziumban, szakmára vagy szakképesítés megszerzésére felkészítő szakaszában a szakiskolában a matematika tantárgy tanítására, az iskola pedagógiai feladatainak ellátására, pedagógiai kutatási, tervezési és fejlesztési feladatok végzésére képes tanárok képzése, továbbá felkészítés a tanulmányok doktori képzésben történő folytatására.

4. Az elsajátítandó szakmai kompetenciák

4.1. A [Korm. rendelet 3. § \(1\) bekezdés b\) és c\) pontja](#) tekintetében a tanári tudás, képességek, attitűd (viszonyulás): a 2. mellékletben meghatározott ismeret, képesség, attitűd.

4.2. A [Korm. rendelet 3. § \(1\) bekezdés a\) pontja](#) tekintetében

4.2.1. A matematikatanár szakterületi tudása, képességei, attitűdje (viszonyulása)

*A tanuló személyiségének fejlesztése, az egyéni bánásmód érvényesítésének figyelembevétele területén*

*a) tudása*

- Ismeri a matematika szerepét a tanulók személyiségfejlődésében.
- Ismeri a matematika tantárgyban megjelenő fogalmak kialakulásának életkori sajátosságait.
- Ismeri a matematika tanítása során fejlesztendő kompetenciákat.
- Tisztában van a tehetséggondozáshoz szükséges ismeretekkel és technikákkal, valamint a matematikatanulásban nehézségekkel küzdő tanulókkal való foglalkozás módszereivel.
- Ismeri és alkalmazza a digitális eszközöket a differenciált oktatás megvalósítására.

*b) képességei*

- Képes a tanulókat racionális gondolkodásmódra, önálló véleményalkotásra, mérlegelő gondolkodásmód kialakítására, érvelésre ösztönözni.
- Képes a matematika speciális összefüggéseivel, fogalmaival kapcsolatos megértési nehézségek felismerésére, kezelésére.
- Képes a tanulás/tanítás folyamata során a tanulók képességeinek fejlesztésére alkalmas, a tanuló adottságainak és előzetes ismereteinek megfelelő módszerek kiválasztására.
- Rendelkezik a matematika iránti megfelelő attitűd kialakításának képességével.
- Képes az egyéni matematikai képességek (tehetséges vagy sajátos nevelési igényű, illetve beilleszkedési, tanulási, magatartási nehézséggel küzdő tanulók) felismerésére és differenciált fejlesztésére. Rendelkezik a kiemelkedő matematikai képességek korai felismerésének képességével, amelynek kihasználásával a tehetséges tanulókat ösztönözni tudja a megoldandó problémák megértése és megoldása területén eredeti ötletek felvetésére.
- Rendelkezik az egész életen át tartó tanulás képességével, valamint ezen képesség és a megfelelő attitűd tanulókban történő megalapozásának, kialakításának képességével.

*c) attitűdje*

- Tudatos érték közvetítést vállal.

- Vállalja a kiemelkedő eredményeket elérő tanulók motiválását, a tehetséggondozást.
- Törekszik a tanulási nehézségek okainak feltárására, elemzésére és megszüntetésére, a lemaradó tanulók felzárkóztatására.
- Empatikus és érzékeny a tanulók problémáira.

*Tanulói csoportok, közösségek alakulásának segítése, fejlesztése terén*

*a) tudása*

- Felkészült a matematikai tanulmányi versenyek tervezésére, szervezésére, kivitelezésére. Felkészült a matematika kiegészítő ismereteit közvetítő matematika szakkör és önképzőkör, szaktanterem működtetésére.

*b) képességei*

- Képes változatos munkamódszereket (így páros munka, csoportmunka, kooperatív munkaformák, projektmunka) alkalmazni a tanórákon, akár digitális eszközök bevonásával is.

*c) attitűdje*

- Elkötelezett aziránt, hogy a matematikai ismereteket kisebb-nagyobb közösségekben ismeretterjesztő szinten bemutassa, népszerűsítse, magyarázza, az élethosszig tartó tanulásra motiváló módon terjessze.

*A szakmódszertani és a szaktárgyi tudás területén*

*a) tudása*

- Rendelkezik matematikai látás- és gondolkodásmóddal, amely a megszerzett tudás alkalmazásában, az oktatásban való hasznosíthatóságában, valamint a speciális matematikai problémamegoldó technikák felhasználhatóságában is jelentkezik.
- Rendelkezik azokkal az ismeretekkel, amelyek lehetővé teszik, hogy szaktárgyának új eredményeit megismerhesse, értelmezhesse.
- Ismeri a matematikatanítás alapvető kutatási módszertanát.
- Ismeri a matematika társadalomban betöltött szerepét, a matematika tanításának célját, a tanulók személyiség- és gondolkodásfejlődésében játszott szerepét.
- Ismeri a matematika tanulási sajátosságait, megismerési módszereit, fontosabb tanítási és tanulási stratégiáit.
- Ismeri a magyar matematika szakmódszertan legfontosabb jellemzőit, hagyományait, legismertebb képviselőit (Pólya György, Varga Tamás).
- Ismeri a digitális eszközök lehetőségeit a matematika tanítása során (szemléltetés, sejtés megfogalmazása, diszkusszió, gyakorlás, számonkérés) és ismeri ezen eszközök korlátait is.

*b) képességei*

- Képes az oktatás során problémamegoldó technikák átadására (a tanulók életkori sajátosságaihoz, absztrakciós képességeihez és tudásszintjéhez igazodva).
- Meg tudja ítélni szaktárgyának a köznevelésben betöltött szerepét.
- Képes – elsősorban a természettudományokon belül – a különböző szakterületek tudás- és ismeretanyaga közötti összefüggések felismerésére, integrációjára. Tisztában van azzal, hogy a matematika által közvetített tudás, kialakított kompetenciák más tanulási területen is hatnak, és ezt ki tudja használni a tanulók kompetenciáinak, személyiségének fejlesztésében.
- Képes a matematika témakörében szakszerűen kifejezni magát mind szóban, mind írásban.
- Képes a szaktárgyának megfelelő tudományterületen a fogalmak, elméletek és tények közötti összefüggések megteremtésére, közvetítésére.
- Képes a szaktárgyában elsajátított elméleti ismeretek gyakorlati alkalmazására, ennek közvetítésére a tanulók felé.

*c) attitűdje*

- Elkötelezett a tanulók matematikai ismereteinek, képességeinek fejlesztése iránt.
- Megvan az igénye a matematika új eredményeinek megismerésére, értelmezésére, valamint az azokkal kapcsolatos ismeretterjesztésre.
- Matematikai és szakmódszertani felkészültségével kapcsolatban önreflexióra kész.
- Nyitott a szakmai és módszertani megújulásra, fejlődésre, igénye van folyamatos önképzésre, a rendszeres továbbképzésre.
- Munkája során a modern pedagógiai módszerek alkalmazására törekszik.

#### *A pedagógiai folyamat tervezése területén*

##### *a) tudása*

- Ismeri a matematika tanításához kapcsolódó jogszabályi háttérrel, tanterveket, vizsgakövetelményeket, a tananyag-kiválasztás és -rendszerezés szempontjait.

##### *b) képességei*

- Képes meghatározni a matematikában tanítandó tartalmakat, azokat megfelelő logikai struktúrába rendezni.
- Képes a matematika tanulása-tanítása során felhasználható nyomtatott és digitális tankönyvek, taneszközök, egyéb tanulási források elemzésére, valamint a konkrét célokhoz illeszkedő kiválasztására, különös tekintettel az infokommunikációs technológiára.
- Képes a tanulási/tanítási célokhoz leginkább illeszkedő módszerek, eszközök, munkaformák kiválasztására.
- Képes kollektív munkában helyi tanterv készítésére, önálló éves tematikus (tanmeneti) tervezésére, óravázlat készítésére, valamint az oktatástechnikai eszközök használatára.

##### *c) attitűdje*

- Kész kollektív munkában részt venni a helyi tanterv kialakításában, önálló éves tematikus tervezési folyamatát erre alapozza.

#### *A tanulás segítése, szervezése és irányítása területén*

##### *a) tudása*

- Ismeri a matematika megértéséhez és kreatív alkalmazásához szükséges gondolkodásmód kialakulásában, illetve kialakításában szerepet játszó pszichológiai tényezőket.
- Tisztában van a szóbeli és írásbeli kifejezőképesség alapvető tanulásmódszertani jellegzetességeivel, hibáival.

##### *b) képességei*

- Képes a tanórai és a tanórákon kívüli tanulási folyamat szervezésére és irányítására, valamint a tanulóknál az önszabályozó tanulás igényének felkeltésére, képességének kialakítására.
- Képes a tények és értékelések közötti különbségek, az összefüggések önálló felismertetésére.
- Képes a motivációt, tanulói aktivitást biztosító, a tanulók gondolkodási, problémamegoldási és együttműködési képességeinek fejlesztését segítő módszerek megválasztására, alkalmazására.
- Képes a matematika ismeretanyagának megfelelő csoportosításával, közvetítésével az érdeklődés és a figyelem folyamatos fenntartására.
- Képes a tanulást támogató nyomtatott és digitális taneszközök kiválasztására.
- Képes a tudásukban, motiváltságukban heterogén tanulócsoportok differenciált foglalkoztatására.
- Felkészült a matematika tanulásában kiemelkedő eredményeket elérő tanulók motiválására, segítésére, a tehetséggondozásra.
- Képes a matematika speciális összefüggéseivel, fogalmaival kapcsolatos megértési nehézségek kezelésére.

– Felkészült az infokommunikációs eszközöknek a tanítási-tanulási folyamat során a tanulók életkori sajátosságainak és a tananyag tartalmának megfelelő alkalmazására.

*c) attitűdje*

– Szem előtt tartja a tanulók adottságait és igényeit, a tanulási folyamat szervezését behatároló realitásokat, de törekszik a lehetőségek maximális kihasználására, valamint a feltételek, körülmények javítására.

– A tanulók hibáit, tévesztéseit a tanulási folyamat szerves részének tekinti, és megértést elősegítő módon viszonyul hozzájuk.

– Ösztönzi az informatikai ismereteknek a matematika tanulása során való felhasználását.

*A pedagógiai folyamatok és a tanulók értékelése területén*

*a) tudása*

– Ismeri és alkalmazza a tudásellenőrzés, a képességmérés legkorszerűbb eredményeit, hagyományos és digitális eszközeit.

– Ismeri a matematika tanítása során használható feladatbankokat és feladatgyűjteményeket.

– Ismeri az érvényes érettségi vizsgakövetelményeket.

*b) képességei*

– Képes a tantárgyi követelmények kidolgozására.

– Az értékelés céljának, tárgyának és formájának megfelelő tudásmérő tesztek, feladatsorokat állít össze, illetve alkalmaz.

– Képes a tanulók személyre szabott, differenciált módszerekkel történő objektív értékelésére.

*c) attitűdje*

– Az értékelés során szem előtt tartja az egyéni fejlődési utakat, fejlesztő értékelést alkalmaz.

*A kommunikáció, a szakmai együttműködés és a pályaidentitás területén*

*a) tudása*

– Ismeri a matematika tanításával foglalkozó helyi, regionális és országos szakmai közösségeket, azok céljait, törekvéseit és munkájuk főbb eredményeit.

– Ismeri és alkalmazza a kollaboratív platformokat a tanulókkal és a kollégáival történő kommunikációra, szakmai együttműködésre.

*b) képességei*

– Együttműködik az egyéb természettudományos tantárgyak tanáraival. Képes arra, hogy a rokon tárgyakban is megjelenő, egymásra épülő ismeretanyagok ütemezését, a kereshettantervi kapcsolódásokat egyeztesse.

– A matematika és a matematika szakmódszertan területén mind szóban, mind írásban szakszerűen fejezi ki magát.

*c) attitűdje*

– Kész együttműködni a matematika területén működő helyi, területi, vármegyei és országos szakmai fórumokkal, alkotó munkaközösségekkel, tantárgypedagógiai műhelyekkel.

*Az autonómia és a felelősségvállalás területén*

*a) tudása*

– Tisztában van a matematika alkalmazásának etikai kérdéseivel.

– Tudja, hogy matematikatanárként milyen területekre terjed ki a saját, egyéni felelőssége a tanítás, a nevelés és a szemléletformálás terén.

– Figyelemmel követi a legfontosabb oktatástechnológiai fejlesztéseket.

*b) képességei*

- Részt vesz a szaktantárgy fejlesztési, innovációs tevékenységében.
- Kialakítja, és egyre bővülő ismereteinek fényében rugalmasan továbbfejleszti, a kisebb és nagyobb közösségek érdekeivel harmonizálja saját szakmai és erkölcsi értékrendjét.
- Megfogalmazza és minden téren következetesen képviseli a társadalmi felelősségvállalással kapcsolatos nézeteit.

#### *c) attitűdje*

- Elkötelezett a matematika, annak színvonalas tanítása, a tanulók matematikával szembeni attitűdjének javítása, ismereteinek, képességeinek fejlesztése iránt.
- Elkötelezett az igényes tanári munkára, folyamatos önművelésre törekszik.
- Fontosnak tartja a szaktárgyán belüli szakmai együttműködést.
- Vállalja a társadalom matematika iránti attitűdjének javítását, fellép a matematika alkalmazásával kapcsolatos szándékos megtévesztés ellen.

### 4.2.2. A szakképzettséghez vezető szakterületek és sajátos szakmódszertani (diszciplináris és interdiszciplináris) tantárgy-pedagógiai ismeretek

#### 4.2.2.1. Szakterületi (szaktudományos) ismeretek: 99 kredit

A szakterületi ismeretek együttes tartalmának le kell fednie a Nemzeti alaptanterv alapján a kerettanterv szerint közvetítendő műveltség fő területeit és tartalmait, a tantárgynál a nevelési-oktatási szakaszokhoz, valamint az érettségi vizsgakövetelményhez megadott témakörök ismereteit.

Az egyes ismeretkörökből tételesen legalább az alábbi minimum kreditszámokat kell teljesíteni. A szakterületi ismeretek 99 kreditjének fennmaradó részét a felsorolt ismeretkörökből vagy a matematika érettségi követelményekhez kapcsolódó szaktudományos ismereteiből kell teljesíteni.

- a matematika alapjai (halmazelmélet, logika): minimum 3 kredit,
- diszkrét matematika (kombinatorika, gráfok): minimum 5 kredit;
- algebra és számelmélet: minimum 15 kredit;
- analízis: minimum 20 kredit;
- geometria: minimum 15 kredit;
- valószínűségszámítás és statisztika: minimum 6 kredit;
- elemi matematika: minimum 8 kredit;
- a matematika története és filozófiai vonatkozásai: minimum 2 kredit;
- informatika: minimum 2 kredit.

#### *Szakterületi ismeretkörök:*

##### *A matematika alapjai (halmazelmélet, logika)*

- Műveletek halmazokkal. Bijekciók és számosságok. Megszámlálható halmazok, kontinuum számosság. Néhány „jól ismert” halmaz számossága. Cantor tétele a hatványhalmaz számosságáról. Paradoxonok, a Russell-paradoxon. A végtelen halmazok meglepő tulajdonságai. Műveletek számosságokkal. Axiomatikus halmazelmélet. Kiválasztási axióma.
- Kijelentéslogika: logikai műveletek, igazságtáblázatok, ítéletkalkulus. Kvantorok. Játékos feladatok a logikai jelenségek bemutatására.

##### *Diszkrét matematika (kombinatorika, gráfok)*

- Alapvető összeszámlálási eljárások, szorzási és összeadási elv, bijektív bizonyítások. Részhalmazok összeszámlálása, binomiális együtthatók. Binomiális tétel.
- Sorbaállítási és átrendezési alapfeladatok. Szitaformula és alkalmazásai.

- Rekurzióval leírt sorozatok, Fibonacci-számok, lineáris rekurzió.
- Gráfelméleti alapfogalmak: gráf, egyszerű gráf, foksámok. Példák gráfokra. Gráfok összefüggősége, komponensek. Fák, alternatív definíciók, alaptételek. Kitekintés: gráfok bejárásai, számítógépes útvonaltervezés.
- Euler-vonal, Euler-vonalak létezésének szükséges és elégséges feltételei. Hamilton-körök, Dirac tétele. Gráfok színezése, kromatikus szám. Térképszínezési probléma, síkgráfok, dualitás, hatszintétel, ötszintétel.
- Síkba rajzolható gráfok, Euler tétele, példák nem síkgráfokra. Síkgráfok jellemzése.
- Független élrendszerek, párosítások, párosítási algoritmus páros gráfokra. Párosítási tételek, König tétele.

### *Algebra és számelmélet*

- Természetes számok, egész számok, racionális számok. Valós számok. Egész számok oszthatósága, prímszám, összetett szám, prímtényező alak, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Polinomok osztása. Polinomok gyökei. Többszörös gyökök, gyöktényező alak. Másodfokú egyenlet gyöktényező alakja. Lagrange-interpoláció.
- Komplex számok, egységgyökök. Az algebra alaptétele. Egyértelmű irreducibilis faktorizáció test feletti polinomgyűrűben. Irreducibilis polinomok az egész, a racionális, a valós és a komplex együtthatós polinomok gyűrűjében. Többhatározatlanú polinomok gyűrűje, elemi szimmetrikus polinomok, a szimmetrikus polinomok alaptétele. Kitekintés: harmad- és negyedfokú egyenletek.
- Vektortér, bázis, dimenzió, alterek. Faktortér, direkt összeg. Lineáris leképezések, transzformációk, mátrixuk. Képtér, magtér. Determináns, kifejtési tétel. Mátrixok, műveletek mátrixokkal, invertálhatóság, rang. Lineáris egyenletrendszerek, megoldhatóság, Gauss-elimináció, Cramer-szabály. Sajátérték, sajátvektor, karakterisztikus polinom, minimálpolinom. Számítógépes programcsomag használata.
- Alapvető algebrai struktúrák. Csoport, gyűrű, test, vektortér, algebra. Csoportelméleti alapfogalmak. Permutációcsoport, részecssoport, normális részecssoport, faktorcsoporth. Lagrange-tétel. Cayley-tétel. Homomorfia-tétel. Direkt szorzat, a véges Abel-csoportok alaptétele. A gyűrűelmélet alapjai. Integritástartomány, részgyűrű. Euklideszi gyűrűk. Hányadostestek. Testbővítések, a geometriai szerkeszthetőség alapjai. Kitekintés: egyenletek megoldhatósága gyökjelekkel, egyértelmű primfaktorizáció integritástartományokban, véges testek.
- A számelmélet alaptétele. Az oszthatóság és tulajdonságai. Lineáris kongruenciák, lineáris diofantikus egyenletek. Euler–Fermat-tétel. Rend, primitív gyök, kvadratikus maradékok tulajdonságai. Pitagoraszai számhármások. Számelméleti függvények. Prímek száma, prímek reciprokainak összege. Tökéletes számok, Mersenne- és Fermat-féle prímek. Algebrai és transzcendens számok. Diofantoszi egyenletek. Nevezetes számelméleti problémák. Kitekintés: kriptográfiai alapfogalmak.

### *Analízis*

- Logikai alapfogalmak. Bizonyítási módszerek. Számítási, mértani és harmonikus közepek közötti egyenlőtlenségek, Bernoulli-egyenlőtlenség. Halmazok és halmazműveletek. Függvények és ábrázolásuk hagyományos és digitális eszközökkel.
- Valós számok. Tizedes törtek. Korlátos számhalmazok, alsó és felső határ. Hatványozás. Számsorozat határértéke. Konvergens és divergens sorozatok. Végtelenhez tartó sorozatok. Határérték és műveletek. Határérték és egyenlőtlenségek. Monoton sorozatok. Részsorozatok. A Bolzano–Weierstass-tétel és a Cauchy-kritérium.
- Valós függvények globális tulajdonságai. Monotonitás, konvexitás. Függvények folytonossága és határértéke. Átviteli elvek. Folytonosság, határérték és műveletek. Határérték és egyenlőtlenségek. Korlátos zárt intervallumban folytonos függvények. Néhány fontos

függvényosztály (polinom-függvények, exponenciális függvények, hatványfüggvények, logaritmikusfüggvények, trigonometrikus függvények és inverzeik).

– A differenciálhányados fogalma és szemléletes jelentései. Differenciálási szabályok és az elemi függvények deriváltjai. Magasabb rendű differenciálhányadosok. A lokális tulajdonságok és a derivált kapcsolata. Közéértéktételek. A differenciálható függvények vizsgálata. Szélsőérték-feladatok megoldása. Differenciálszámítás alkalmazása valóságközeli problémák megoldására. Taylor-polinom. A L'Hospital-szabály. A primitív függvény fogalma. Primitívfüggvény-keresési módszerek (parciális integrálás, helyettesítéses integrálás), racionális törtfüggvények primitív függvényeinek keresése. Szaporodási és bomlási folyamatok differenciálegyenletei. Differenciálszámítás szemléltetése digitális eszközökkel.

– A Riemann-integrál fogalma. Az integrálhatóság feltételei. Az integrál elemi tulajdonságai. A Newton–Leibniz-formula. Integrálszámításra vezető problémák, terület- és térfogatszámítás. Improprius integrál. Integrálszámítás szemléltetése digitális eszközökkel.

– Végtelen sorok. Mértani sor. Konvergenciakritériumok (összehasonlító-, gyök-, hányados- és integrálkritérium, Leibniz-sorok). Abszolút konvergencia. Sorok átrendezése. Hatványsorok, Taylor-sorok, konkrét függvények előállítása Taylor-sorok összegeként. Kitekintés: Euler-formula.

– Többváltozós függvény fogalma. Kétváltozós függvények grafikonja, szintvonalai. Parciális deriváltak és lokális szélsőértékek. Görbék és hosszuk. Kitekintés: fraktálok. Szemléltetés digitális eszközökkel.

### *Geometria*

– Térelemek kölcsönös helyzete, párhuzamossága. Szög, töröttvonal, sokszög. Az irányítás szemléletes fogalma. Párhuzamos szelők tétele. Az egybevágósági és hasonlósági transzformációk szintetikus vizsgálata. Síkbeli affinitások, tengelyes affinitás. Osztóviszony. Ábrázolás merőleges és párhuzamos vetítéssel.

– Szögek mérése. Térelemek szöge, távolsága. Nevezetes szintetikus tételek háromszögre és sokszögre. Konvex halmazok, konvex burok. Poliéderek szemléletes fogalma, konvex poliéder. Euler-tétel konvex poliéderekre. Szabályos sokszögek, szabályos konvex poliéderek. Euklideszi szerkesztés. Kitekintés: nevezetes szerkesztések hagyományos és digitális eszközökkel.

– Geometriai vektorfogalom, bázis, koordináták. Skaláris, vektoriális és vegyes szorzás, geometriai jelentésük. A szögfüggvények geometriai értelmezése. Egyenesek és síkok egyenletei. Távolság- és szögfeladatok analitikus megoldása. A sík és a tér koordinátázása, koordináta-transzformációk. Súlyozott pontrendszerek, baricentrikus koordináták.

– A transzformáció fogalma, invariáns tulajdonságok. Fixelemek. A síkbeli mozgások, az egybevágósági, a hasonlósági és az affin transzformációk osztályozása. Transzformációcsoportok, rész csoportjaik. Síkbeli geometriai transzformációk analitikus leírása és számítógépes vizsgálata. Kitekintés: szimmetriacsoportok, szimmetriák a környezetünkben, térbeli transzformációk.

– Sokszögek területe. Az elemi területfogalom. Kör és részeinek területe. Poliéderek térfogata. Elemi térfogatfogalom. Henger és kúp térfogata. Cavalieri-elv. Gömb és részeinek térfogata. Transzformációk hatása a területre és a térfogatra. Elemi kerület- és felszínfogalom konvex síkidomok és mértani testek esetén. Kör kerülete, körív hossza. Gömb és részeinek felszíne. A gömbi geometria elemei. Gömbi trigonometria. Pont körre (gömbre) vonatkozó hatványa. Hatványvonal, hatványpont, illetve hatványsík. Az inverzió és tulajdonságai, alkalmazása szerkesztési feladatokban. A sztereografikus vetítés.

– Kúpszeletek mint mértani helyek definíciója, geometriai tulajdonságok. Származtatásuk forgáskúp síkmetszeteként. Kúpszeletek és másodrendű felületek a környezetünkben, ezek

egyenletei, osztályozásuk. Görbék és felületek analitikus (implicit, explicit és paraméteres) megadása. Kitekintés: algebrai görbék és felületek.

– A projektív geometria alapjai. Centrális vetítés. A projektív sík és tér. Pont- és sugárnégyes kettősviszonya, Papposz tétele. Perspektivitások és projektivitások. A dualitás elve. Homogén koordináták. A projektív transzformációk analitikus leírása.

– Az euklideszi geometria axiomatikus megalapozása. A párhuzamossági axióma jelentősége, helyettes axiómák. Bolyai Farkas és Bolyai János szerepe a hiperbolikus geometria felfedezésében. A hiperbolikus síkgeometria néhány elemi tétele. A modell fogalma, a hiperbolikus geometria néhány modellje. A projektív síkgeometria axiómái, véges síkok.

### *Valószínűségszámítás és statisztika*

– Véletlen kísérletek matematikai modellje, a hétköznapi véletlen jelenségei. Játékok és véletlen.

– Valószínűség fogalma, események. Klasszikus és geometriai valószínűség. Feltételes valószínűség, események függetlensége. Teljes valószínűség tétele és Bayes tétele.

– A valószínűségi változó fogalma, eloszlása. Eloszlásfüggvény és sűrűségfüggvény. Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások. Valószínűségi változók függetlensége. Várható érték és szórás. A nagy számok törvénye. A centrális határeloszlás-tétel.

– Leíró statisztika: Független azonos eloszlású minta, tapasztalati eloszlás. Alapstatisztikák (átlag, medián, szórás, kvantilisek).

– A matematikai statisztika alapjai. Pontbecslések és konfidenciaintervallumok. Statisztikai próba, első- és másodfajú hiba. Klasszikus próbák a normális eloszlás paramétereire. Kísérletek és adatgyűjtés tervezése. Adatok elemzése és megjelenítése digitális eszközökkel, eredmények értelmezése. A valószínűségek vizsgálata tapasztalati úton, kísérleteken és szimulációkon keresztül.

### *Elemi matematika*

– Az általános- és középiskolai matematika tananyaghoz szorosan kötődő témakörök feldolgozása a magyar matematikatanítási hagyományoknak megfelelően feladatokon, problémákon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül.

– Az elemi (általános és középiskolai) megoldások mellett – ahol lehetséges – jelenjenek meg „felsőbb matematikai” megoldások is, legyen lehetőség az „egyetemi matematika” elemi alkalmazásaira és a megoldások összehasonlítására.

– A válogatott témakörök feladatanyaga alapján annak a vizsgálata, hogyan és mit lehet egy-egy témakörből továbbadni a tanulóknak az egyes iskolatípusokban úgy, hogy abban korrekt matematikai tartalom jelenjen meg az életkornak megfelelő formában.

– Az ABACUS, a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok, valamint a korosztályos magyar és külföldi matematikaversenyek kitűzött feladatainak figyelemmel kísérése, megoldása.

Javasolt témakörök:

– Összeszámlálási feladatok. Skatulya-elv. A gráfok alkalmazása különböző típusú feladatokban.

– Oszthatósági feladatok. Egyszerű diofantikus egyenletek.

– Polinomokkal kapcsolatos feladatok. Speciális magasabb fokú egyenletek (pl. reciprok-egyenletek) megoldása. Racionális együtthatós polinomok.

– Szintetikus és analitikus geometriai feladatok megoldása elemi úton és dinamikus geometriai szoftver segítségével.

– Szélsőérték-feladatok megoldása különböző módszerekkel. Geometriai egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok.

– Elemi függvények alkalmazása különböző típusú feladatokban (pl. egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása). Függvénytranszformációk és



alkalmazásai. Dinamikus matematikai szoftverek alkalmazása függvények szemléltetésére, jellemzésére.

– Valószínűségi kísérletek, játékok. Klasszikus valószínűségi mező. Geometriai valószínűség. A matematikai statisztika alapvető fogalmai, eljárásai, és alkalmazásuk gyakorlati problémákra. Matematikai (pl. stratégiás) játékok, rejtvények.

#### *A problémamegoldás alapelvei, stratégiái*

– Heurisztikus és más problémamegoldási stratégiák bemutatása, vizsgálata a matematika különböző területeiről válogatott problémákon keresztül.

#### *Informatikai alapismeretek*

– Programcsomagok használata a matematikai jelenségek szemléltetésére, állítások megsejtésére, kísérletek végzésére. Szövegszerkesztő, táblázatkezelő, prezentációs valamint dinamikus geometriai szoftverek használata.

#### *A matematika története és filozófiai vonatkozásai*

– A matematika fejlődésének fontosabb csomópontjai.

– A matematika főbb ágainak fejlődése, és a matematika-tudomány változása az ókortól napjainkig.

– Néhány nagy matematikus hatása a matematika fejlődésére.

– Tudománytörténeti vonatkozások felhasználási lehetőségei a tanórákon.

– A matematika elvi kérdései: a matematikai tudás természete.

– A matematika alkalmazásai: a matematika szerepe a többi tudományágban. A matematika és a művészetek.

– A matematikatörténet eszmetörténeti irányzatainak szerepe az iskolai fogalom- és elméletalkotásban.

A szabadon választható tárgyak kerete ad lehetőséget további szaktudományos ismereteket tartalmazó kurzusok felajánlására.

#### *4.2.2.2. Szakmódszertani (diszciplináris és interdiszciplináris tantárgy-pedagógiai) ismeretek: 12 kredit*

– *A matematikatanár szakképzettség tekintetében a sajátos szakmódszertani (tantárgy-pedagógiai) ismeretkörök: 10 kredit*

A szakmódszertani ismeretek átadása során a szakképzett tanárt arra kell felkészíteni, hogy az alapfokú nevelés-oktatás 5-8. és a középfokú nevelés-oktatás 9-12. évfolyamain egyaránt képes legyen magas színvonalon ellátni a nevelés-oktatás feladatait.

– A matematikadidaktika tárgya, főbb kérdései, kutatási módszerei, kapcsolata más tudományokkal. A matematikadidaktikai kutatások főbb irányai, eredményei. A magyar matematikatanítás vázlatos története, fejlődése, hagyományai, kiemelkedő szereplői (Pólya György, Varga Tamás).

– A matematika – mint tantárgy – didaktikai céljai, feladatai. A matematikatanítás formái, módszerei, segédeszközei a tanulók életkori sajátosságainak figyelembevételével, munkaszervezési formák. A tankönyvek, feladatgyűjtemények ismerete. A tanulók motiválásának lehetőségei. A játékok szerepe és alkalmazásai a matematika tanításában. A tanítást és tanulást segítő (tárgyi és digitális) eszközök alkalmazási lehetőségei. Mérés és értékelés a matematika tanításában, értékelési módszerek.

– A Nemzeti alaptanterv átfogó céljai és a fejlesztési területekhez tartozó általános követelményei. A matematikatanítás tervezése és megvalósítása a Nemzeti alaptanterv, az erre épülő kerettantervek, a felvételi vizsgák és az érettségi vizsga követelményei alapján.

- Fogalomalkotás a matematikában, a matematikai fogalmak tanításának alapkérdései. A matematikai fogalmak, fogalmi rendszerek kialakítását megalapozó tapasztalatszerzés folyamata. Feladattípusok a fogalmak tanításával kapcsolatban. Definiálási módok az általános iskolában és a középiskolában.
- Tételek, bizonyítások tanításának különbsége az általános iskolában és a középiskolában. Szemléletes okoskodások, indoklások az általános iskolában, bizonyítási stratégiák és technikák a középiskolában. A bizonyítási igény felkeltésének módszerei. Tételek megsejtését elősegítő eljárások. Az algoritmikus gondolkodás fejlesztésének lehetőségei.
- Felfedezettő matematikatanítás, a felfedezettés lehetőségei a fogalmak és tételek tanításában.
- A problémamegoldási képességek fejlesztésének lehetőségei, a problémamegoldás lépései, stratégiái a felső tagozaton és a középiskolában. A matematikai problémák, feladatok osztályozása különböző szempontok szerint, problémavariációk, problémásorozatok. A problémamegoldás és problémaalkotás folyamata. A szöveges feladatok fajtái, megoldási lépései, megoldási módjai a felső tagozaton és a középiskolában.
- Modellalkotás az általános iskolában és a középiskolában, a hétköznapi matematika tanításának és az alkalmazásorientált oktatásnak a lehetőségei. A projekt módszer és a kooperatív technikák alkalmazásának lehetőségei.
- Differenciálás a matematikaórákon. Tehetség gondozás. A szakkörök, tagozatok és a versenyek szerepe a matematika tanításában. A lemaradó, alacsonyabb motivációjú tanulók felzárkóztatásának módszerei, lehetőségei. Felkészítés a középiskolai felvételi vizsgára és a középszintű érettségi vizsgára.
- Néhány témakör teljes felépítése 5-12. évfolyamon: a fogalmak kialakítása, fejlesztése, gyakorlása; tételek megsejtése, bizonyítása; mindezek alkalmazása hétköznapi problémák és matematikai feladatok megoldása során; matematikatörténeti vonatkozások bemutatása; tárgyi és digitális eszközhasználat lehetőségei.
- A kollaborációs térrel, oktatástechnikai innovációval, mesterséges intelligenciával kapcsolatos gyakorlat: 2 kredit. Különböző kollaborációs platformok ismerete, ezek használata a matematikaórákon; a korszerű oktatástechnikai innovációk ismerete és alkalmazása a matematikaórákon; a mesterséges intelligencia matematikai alapjai és alkalmazási lehetőségei a matematikatanításban; a gépi tanulás algoritmusai.
- *Az összefüggő, egyéni iskolai gyakorlatot támogató szak módszertani gyakorlat: 2 kredit.*